

绝密★启用前

2022年普通高等学校招生全国统一考试（全国甲卷）

数学（文科）

参考答案

注意事项：

1. 答卷前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在答题卡上，并认真核准条形码上的准考证号、姓名、考场号、座位号及科目，在规定的位置贴好条形码。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上、写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.A 2.B 3.D 4.B 5.C 6.C 7.A 8.B 9.D 10.C 11.B 12.A

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. $-\frac{3}{4}$ ## -0.75

14. $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 5$

15. 2（满足 $1 < e \leq \sqrt{5}$ 皆可）

16. $\sqrt{3}-1$ ## $-1+\sqrt{3}$

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17. (1) A, B 两家公司长途客车准点的概率分别为 $\frac{12}{13}, \frac{7}{8}$

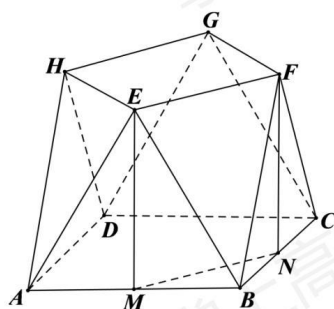
(2) 有

18. (1) 证明见解析；

(2) -78.

19. (1)

如图所示:



分别取 AB, BC 的中点 M, N , 连接 MN , 因为 $\triangle EAB, \triangle FBC$ 为全等的正三角形, 所以 $EM \perp AB, FN \perp BC$, $EM = FN$, 又平面 $EAB \perp$ 平面 $ABCD$, 平面 $EAB \cap$ 平面 $ABCD = AB$, $EM \subset$ 平面 EAB , 所以 $EM \perp$ 平面 $ABCD$, 同理可得 $FN \perp$ 平面 $ABCD$, 根据线面垂直的性质定理可知 $EM \parallel FN$, 而 $EM = FN$, 所以四边形 $EMNF$ 为平行四边形, 所以 $EF \parallel MN$, 又 $EF \not\subset$ 平面 $ABCD$, $MN \subset$ 平面 $ABCD$, 所以 $EF \parallel$ 平面 $ABCD$.

(2) $\frac{640}{3}\sqrt{3}$.

20. (1) 3 (2) $[-1, +\infty)$

21. (1) $y^2 = 4x$;

(2) $AB: x = \sqrt{2}y + 4$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

[选修 4-4: 坐标系与参数方程]

22. (1) $y^2 = 6x - 2 (y \geq 0)$;

(2) C_3, C_1 的交点坐标为 $(\frac{1}{2}, 1)$, $(1, 2)$, C_3, C_2 的交点坐标为 $(-\frac{1}{2}, -1)$, $(-1, -2)$.

[选修 4-5: 不等式选讲]

23. (1) 证明: 由柯西不等式有 $[a^2 + b^2 + (2c)^2](1^2 + 1^2 + 1^2) \geq (a + b + 2c)^2$,

所以 $a + b + 2c \leq 3$,

当且仅当 $a = b = 2c = 1$ 时, 取等号,

所以 $a + b + 2c \leq 3$;

(2) 证明: 因为 $b=2c$, $a>0$, $b>0$, $c>0$, 由 (1) 得 $a+b+2c=a+4c\leq 3$,

即 $0 < a+4c \leq 3$, 所以 $\frac{1}{a+4c} \geq \frac{1}{3}$,

由权方和不等式知 $\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{1^2}{a} + \frac{2^2}{4c} \geq \frac{(1+2)^2}{a+4c} = \frac{9}{a+4c} \geq 3$,

当且仅当 $\frac{1}{a} = \frac{2}{4c}$, 即 $a=1$, $c=\frac{1}{2}$ 时取等号,

所以 $\frac{1}{a} + \frac{1}{c} \geq 3$.