2022年普通高等学校招生全国统一考试

（新高考全国Ⅱ卷）数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.

2．答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

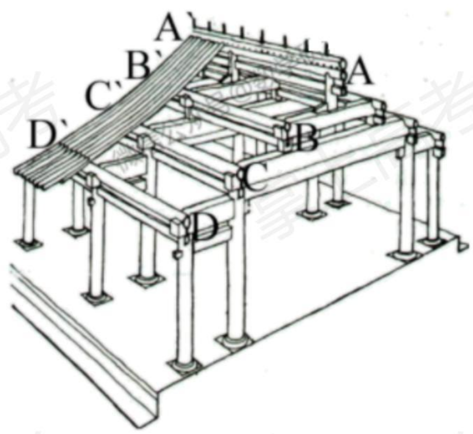
1. 已知集合 $A=\{-1,1,2,4\},B=\{x||x-1|\le 1\}$，则 $A\cap B=$（　　）

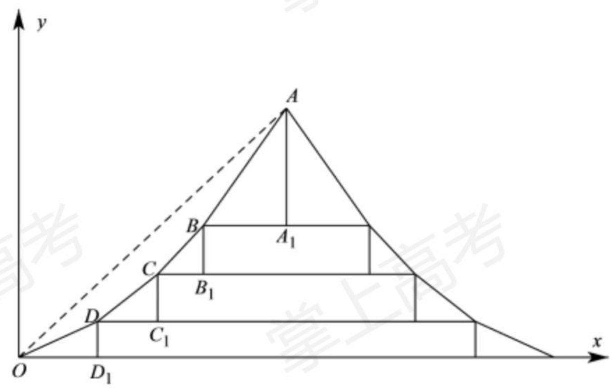
A. $\{-1,2\}$　　B. $\{1,2\}$　　C. $\{1,4\}$　　D. $\{-1,4\}$

2. $(2+2\mathrm{i})(1-2\mathrm{i})=$（　　）

A. $-2+4\mathrm{i}$　　B. $-2-4\mathrm{i}$　　C. $6+2\mathrm{i}$　　D. $6-2\mathrm{i}$

3. 中国的古建筑不仅是挡风遮雨的住处，更是美学和哲学的体现．如图是某古建筑物的剖面图，DD_1,CC_1,BB_1,AA_1是举，　OD_1,DC_1,CB_1,BA_1是相等的步，相邻桁的举步之比分别为$\frac{DD_1}{OD_1}=0.5,\frac{CC_1}{DC_1}=k_1,\frac{BB_1}{CB_1}=k_2,\frac{AA_1}{BA_1}=k_3$，若$k_1,k_2,k_3$是公差为0.1的等差数列，且直线$OA$的斜率为0.725，则$k_3=$（　　）





A. 0.75　　B. 0.8　　C. 0.85　　D. 0.9

4. 已知$\vec{a}=(3,4),\vec{b}=(1,0),\vec{c}=\vec{a}+t\vec{b}$，若$<\vec{a},\vec{c}>=<\vec{b},\vec{c}>$，则$t=$（　　）

A. -6　　B. -5　　C. 5　　D. 6

5. 有甲乙丙丁戊5名同学站成一排参加文艺汇演，若甲不站在两端，丙和丁相邻的不同排列方式有多少种（　　）

A. 12种　　B. 24种　　C. 36种　　D. 48种

6. 角α,β满足$\sin(\alpha+\beta)+\cos(\alpha+\beta)=2\sqrt{2}\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)\sin\beta$，则（　　）

A $\tan(\alpha+\beta)=1$　　B. $\tan(\alpha+\beta)=-1$

C. $\tan(\alpha-\beta)=1$　　D. $\tan(\alpha-\beta)=-1$

7. 正三棱台高为1，上下底边长分别为$3\sqrt{3}$和$4\sqrt{3}$，所有顶点在同一球面上，则球的表面积是（　　）

A. 100π　　B. 128π　　C. 144π　　D. 192π

8. 若函数$f(x)$的定义域为**R**，且$f(x+y)+f(x-y)=f(x)f(y),f(1)=1$，则$\sum_{k=1}^{22}f(k)=$（　　）

A. -3　　B. -2　　C. 0　　D. 1

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.

9. 函数$f(x)=\sin(2x+\varphi)(0<\varphi<\pi)$的图象以$\left(\frac{2\pi}{3},0\right)$中心对称，则（　　）

A. $y=f(x)$ 在 $\left(0,\dfrac{5\pi}{12}\right)$ 单调递减

B. $y=f(x)$ 在 $\left(-\dfrac{\pi}{12},\dfrac{11\pi}{12}\right)$ 有 2 个极值点

C. 直线 $x=\dfrac{7\pi}{6}$ 是一条对称轴

D. 直线 $y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}-x$ 是一条切线

10. 已知 O 为坐标原点，过抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点 F 的直线与 C 交于 A，B 两点，点 A 在第一象限，点 $M(p,0)$，若 $|AF|=|AM|$，则（　　）

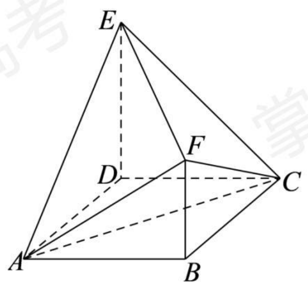
A. 直线 AB 的斜率为 $2\sqrt{6}$

B. $|OB|=|OF|$

C. $|AB|>4|OF|$

D. $\angle OAM+\angle OBM<180°$

11. 如图，四边形 $ABCD$ 为正方形，$ED\perp$ 平面 $ABCD$，$FB/\!/ED, AB=ED=2FB$，记三棱锥 $E-ACD$，$F-ABC$，$F-ACE$ 的体积分别为 V_1,V_2,V_3，则（　　）



A. $V_3=2V_2$

B. $V_3=2V_1$

C. $V_3=V_1+V_2$

D. $2V_3=3V_1$

12. 对任意 x，y，$x^2+y^2-xy=1$，则（　　）

A. $x+y\le 1$

B. $x+y\ge -2$

C. $x^2+y^2\le 2$

D. $x^2+y^2\ge 1$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知随机变量 X 服从正态分布 $N\left(2,\sigma^2\right)$，且 $P(2<X\le 2.5)=0.36$，则 $P(X>2.5)=$__________.

14. 写出曲线 $y=\ln|x|$ 过坐标原点的切线方程：__________，__________.

15. 已知点 $A(-2,3),B(0,a)$，若直线 AB 关于 $y=a$ 的对称直线与圆 $(x+3)^2+(y+2)^2=1$ 存在公共点，则实数 a 的取值范围为________.

16. 已知椭圆 $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{3}=1$，直线 l 与椭圆在第一象限交于 A，B 两点，与 x 轴，y 轴分别交于 M，N 两点，且 $|MA|=|NB|,|MN|=2\sqrt{3}$，则直线 l 的方程为___________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

17. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列，$\{b_n\}$ 是公比为 2 的等比数列，且 $a_2-b_2=a_3-b_3=b_4-a_4$．

（1）证明：$a_1=b_1$；

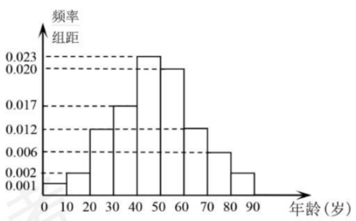
（2）求集合 $\{k|b_k=a_m+a_1,1\le m\le 500\}$ 中元素个数．

18. 记 $\triangle ABC$ 的三个内角分别为 A，B，C，其对边分别为 a，b，c，分别以 a，b，c 为边长的三个正三角形的面积依次为 S_1,S_2,S_3，已知 $S_1-S_2+S_3=\frac{\sqrt{3}}{2},\sin B=\frac{1}{3}$．

（1）求 $\triangle ABC$ 的面积；

（2）若 $\sin A\sin C=\frac{\sqrt{2}}{3}$，求 b．

19. 在某地区进行流行病调查，随机调查了 100 名某种疾病患者的年龄，得到如下的样本数据频率分布直方图．

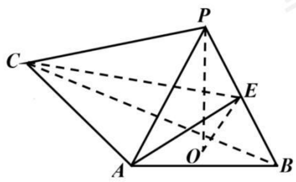


（1）估计该地区这种疾病患者的平均年龄（同一组中的数据用该组区间的中点值作代表）；

（2）估计该地区一人患这种疾病年龄在区间 $[20,70)$ 的概率；

（3）已知该地区这种疾病的患病率为 0.1%，该地区年龄位于区间 $[40,50)$ 的人口占该地区总人口的 16%，从该地区任选一人，若此人年龄位于区间 $[40,50)$，求此人患该种疾病的概率．（样本数据中的患者年龄位于各区间的频率作为患者年龄位于该区间的概率，精确到 0.0001）

20. 如图，PO 是三棱锥 $P-ABC$ 的高，$PA=PB$，$AB\perp AC$，E 是 PB 的中点．



（1）求证：$OE//$平面PAC；

（2）若$\angle ABO=\angle CBO=30°$，$PO=3$，$PA=5$，求二面角$C-AE-B$的正弦值.

21. 设双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的右焦点为$F(2,0)$，渐近线方程为$y=\pm\sqrt{3}x$.

（1）求C的方程；

（2）过F的直线与C的两条渐近线分别交于A，B两点，点$P\left(x_1,y_1\right),Q\left(x_2,y_2\right)$在$C$上，且$x_1>x_2>0,y_1>0$．过$P$且斜率为$-\sqrt{3}$的直线与过$Q$且斜率为$\sqrt{3}$的直线交于点$M$，请从下面①②③中选取两个作为条件，证明另外一个条件成立：

①M在AB上；②$PQ//AB$；③$|MA|=|MB|$.

注：若选择不同的组合分别解答，则按第一个解答计分.

22. 已知函数$f(x)=x\mathrm{e}^{ax}-\mathrm{e}^x$.

（1）当$a=1$时，讨论$f(x)$的单调性；

（2）当$x>0$时，$f(x)<-1$，求a的取值范围；

（3）设$n\in\mathbf{N}^*$，证明：$\frac{1}{\sqrt{1^2+1}}+\frac{1}{\sqrt{2^2+2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n^2+n}}>\ln(n+1)$.